

# Illustration, à travers la légende classique des grains de blé placés sur un jeu d'échec, des limites incontournables de la croissance de la consommation des métaux et de la contribution du recyclage à leur approvisionnement

Par Jean-François LABBÉ

Ancien géologue économiste, ancien analyste de la criticité des matières premières minérales au BRGM

Le calcul du nombre de grains de blé nécessaires pour remplir les 64 cases d'un échiquier en partant de 1, puis en doublant à chaque case suivante, selon la légende, corrobore de manière imagée l'impossibilité de poursuivre de manière durable la croissance de la demande en métaux – une croissance observée pourtant de manière quasi continue, au niveau mondial, pour la grande majorité des métaux depuis le début de l'ère industrielle. Une déclinaison de cette légende prenant en compte le recyclage corrobore et illustre le fait qu'il est tout autant illusoire de penser qu'un recyclage, même optimal, même à 100 %, serait une solution pour rendre la croissance durable et pouvoir se passer de ressources naturelles primaires.

## Introduction

L'opinion publique française est devenue largement opposée à toute extraction minière. Cette condamnation est reprise en écho par nombre de responsables politiques et de médias. C'est oublier un peu vite d'où vient la matière avec laquelle la France, et plus généralement l'humanité, a construit tous ses biens matériels, à commencer par ses bâtiments, individuels et collectifs, et leurs équipements, mais aussi toutes ses infrastructures et équipements de transport, de communication, de production et de distribution d'énergie, de santé, de culture et de loisirs, etc.

Cette même opinion publique réclame pourtant une augmentation de son pouvoir d'achat, donc un accroissement de sa capacité à consommer, entre autres des biens matériels ou des services appuyés sur des infrastructures matérielles. Et les responsables politiques continuent plus généralement à appeler la croissance économique de leurs vœux, laquelle inclut une croissance matérielle

(plus de logements, *a fortiori* mieux équipés, plus de bâtiments publics, plus d'infrastructures de communication et de production d'énergies renouvelables, etc.), ce qui demande toujours plus de matières premières, en particulier de métaux, qu'il aura bien fallu extraire du sous-sol.

La croissance de la demande en matières premières est encore plus forte dans les pays émergents et dans les pays en développement, puisque chacun y rêve d'avoir des niveaux d'équipements matériels approchant ceux dont disposent les pays les plus avancés, et qu'un rattrapage se fait progressivement : le projet de mieux électrifier l'Afrique ne se fera pas sans cuivre, par exemple. Même la France continue à accroître la quantité de biens matériels sur son territoire, ne serait-ce que par l'accroissement de la taille de ses villes et de l'emprise urbaine, et donc la quantité de matière qu'elle utilise au final. Du fait de la délocalisation de ses industries, la France consomme moins directement de matières premières qu'il y a quelques décennies, mais elle continue à en consommer toujours davantage au travers des biens qui sont manufacturés hors

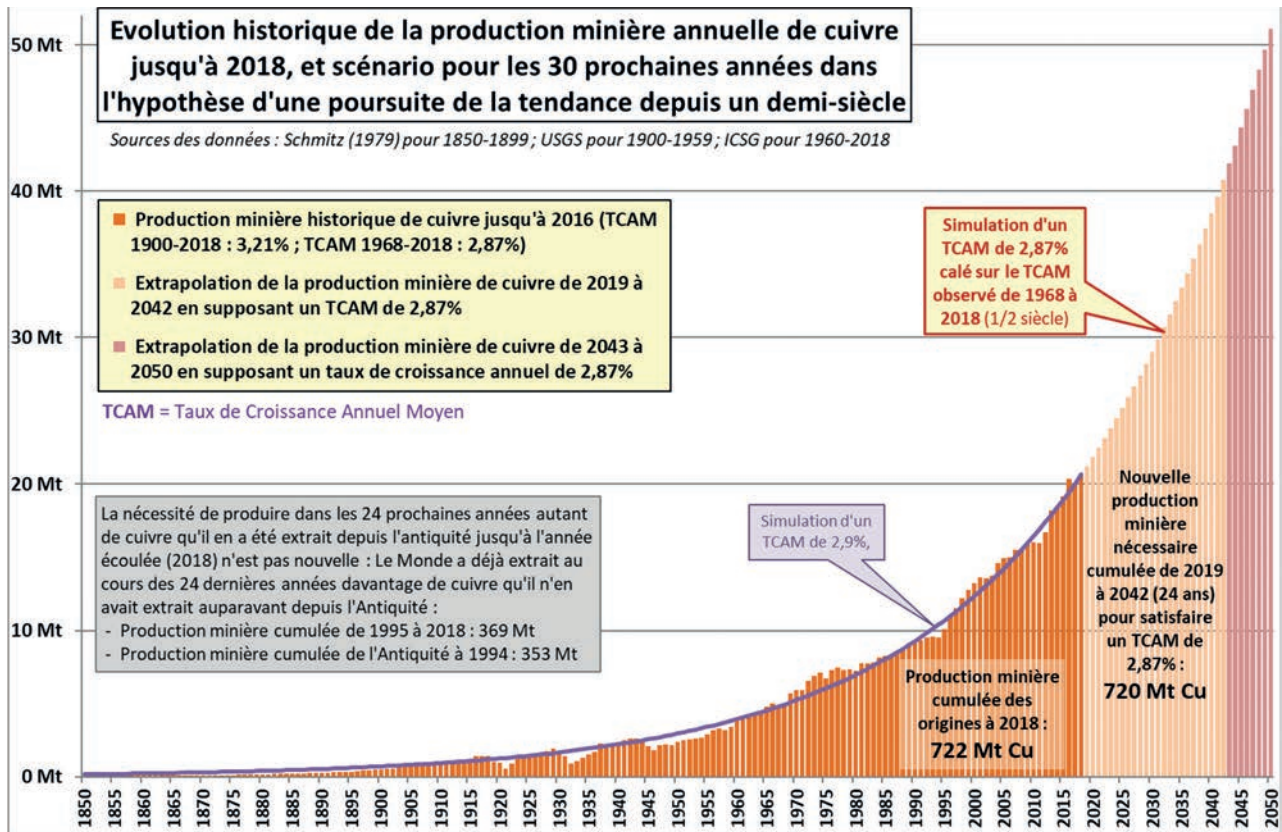


Figure 1 : Évolution historique de la production minière annuelle de cuivre jusqu'en 2018, et scénario pour les trente prochaines années dans l'hypothèse d'une poursuite de la tendance observée depuis un demi-siècle.

de son territoire avant d'être importés, matières premières qu'il aura bien fallu extraire quelque part.

Un exemple typique de la croissance factuelle persistante de la demande en métaux est celui du cuivre, un métal emblématique et omniprésent, puisqu'il est utilisé dans tous les équipements utilisant de l'électricité, que ce soit nos maisons, nos hôpitaux, nos trains, nos voitures (électriques ou pas), nos réfrigérateurs, nos ordinateurs, nos téléphones portables, etc. La consommation mondiale primaire<sup>(1)</sup> annuelle de cuivre a augmenté en moyenne de 2,87 % par an depuis un demi-siècle<sup>(2)</sup> (voir la Figure 1 ci-dessus), ce qui correspond à un doublement tous les 24 à 25 ans<sup>(3)</sup>.

Parmi ceux qui gardent conscience du fait qu'il faut toujours des métaux pour fabriquer les biens matériels que nous utilisons tous, nombre continuent néanmoins à affirmer que l'extraction minière est anachronique, et qu'il n'y a qu'à mieux recycler.

(1) Les données historiques sur la consommation primaire sont moins disponibles que celles relatives à la production minière. Toutefois, les stocks de cuivre (différence entre la production et la consommation) ne représentent guère que quelques semaines de consommation. La production minière annuelle est donc une bonne approximation de la consommation primaire annuelle, c'est-à-dire de ce qui doit s'ajouter au cuivre issu du recyclage pour satisfaire la demande.

(2) Et même un peu plus depuis un siècle et demi : 3,21 % entre 1850 et 2018.

(3) Plus exactement, une croissance constante de 2,87 % par an conduit à un doublement en 24,5 ans. Un doublement tous les 25 ans correspondrait à un taux de croissance annuel moyen (TCAM) de 2,82 %.

Nous avons rappelé (Labbé, 2016), en en détaillant le raisonnement, qu'à l'échelle du monde, tant qu'il y aura croissance de la consommation d'un métal donné, il sera nécessaire que la production primaire (donc minière) suive la même croissance, et ce quel que soit le taux de recyclage de ce métal. L'approvisionnement secondaire restera inférieur aux besoins. La production minière restera donc cruciale et indispensable au niveau mondial.

Cependant, la croissance de la production minière ne pourra pas se poursuivre éternellement, déjà en raison du fait incontournable qu'est la finitude des ressources, mais aussi des oppositions sociétales et des exigences environnementales qui sont de plus en plus prégnantes. L'humanité n'aura donc d'autre choix, un jour, que de se préparer à une fin de la croissance de ses biens matériels, donc, entre autres, de ses villes, construites avec de la matière.

Mais ces raisonnements peinent à être acceptés en raison de la difficulté du cerveau humain à s'approprier vraiment les conséquences incontournables d'une croissance continue sur la durée. Pour aider à la prise de conscience de ce qu'implique une telle croissance, nous proposons de rappeler la légende du jeu d'échec et des grains de blé.

## La légende du jeu d'échec et des grains de blé

Une légende dit que le jeu d'échec aurait été inventé en Orient (en Inde ou en Perse) pour distraire et occuper un roi qui s'ennuyait. Enthousiasmé par ce jeu, ce roi aurait

promis à son inventeur de lui offrir ce qu'il voudrait en récompense. L'inventeur aurait demandé à son roi de lui donner cette récompense en grains de blé<sup>(4)</sup>, en comptant ces grains avec les 64 cases de l'échiquier : 1 grain de blé sur la première case, puis 2 grains sur la deuxième, puis 4 sur la 3<sup>ème</sup>, puis 8 sur la case suivante, et ainsi de suite, en doublant le nombre de grains de blé à chaque case, jusqu'à la 64<sup>ème</sup> case.

Le roi sourit de cette bien modeste demande et l'accepta volontiers.

Oui, mais ... prenez le temps de faire le calcul !

Même si vous n'avez pas l'esprit matheux, mais que vous savez quand même faire des multiplications par deux et des additions, vous pouvez faire les calculs à la main<sup>(5)</sup>, ou au moins vérifier que le tableau de la page suivante (voir le Tableau 1), qui les fait pour vous et en présente les résultats case par case, est bien exact.

On arrive à un total de **18 446 744 073 709 551 615 grains de blé**, soit plus de 18 milliards de milliards de grains de blé.

Les plus matheux d'entre vous arriveront évidemment au même résultat.

Si  $n$  est le numéro de la case ( $n$  va de 1 à 64), le nombre de grains dans la case  $n$  est égal à  $2^{(n-1)}$  (en effet, le nombre de grains de chaque case est le double de celui de la case précédente, on augmente donc d'une puissance de 2 à chaque case – sauf pour la première case, puisqu'aucune case ne la précède).

Le cumul du nombre de grains sur l'échiquier jusqu'à la case  $n$  est égal au cumul du nombre de grains jusqu'à la case  $n-1$  plus le nombre de grains sur la case  $n$ . Il est égal à  $2^n - 1$ .

Le nombre total de grains de blé nécessaires pour tenir la promesse du roi est égal à  $2^{64} - 1$ , soit là encore **18 446 744 073 709 551 615 grains de blé**.

**Alternative** : On peut calculer ce nombre avec moins de chiffres significatifs par la formule suivante :

$$2^{64} - 1 = 10^{\log_{10}(2)^{64}} - 1 = 10^{19,26591972} - 1 = 0,26591972 \times 10^{19} - 1 = 1,844674407 \times 10^{19} - 1 \approx 1,844674407 \times 10^{19}$$

(En effet, le « - 1 » est négligeable face à  $1,844674407 \times 10^{19}$ , qui est déjà à 3 milliards d'unités près si on le compare avec le résultat final du Tableau 1).

## Que représentent 18 446 744 073 709 551 615 grains de blé ?

Sachant qu'un grain de blé pèse en moyenne environ 42,5 mg (1 000 grains de blé pèsent en moyenne 42,5 grammes), 18 446 744 073 709 551 615 grains de blé représentent environ 784 milliards de tonnes de blé. **La réalisa-**

**tion de la promesse du roi aurait donc nécessité 784 milliards de tonnes de blé.**

Sachant que la production mondiale de blé de l'année 2017<sup>(6)</sup> a été de 771,7 millions de tonnes (un record historique), **la concrétisation de la promesse du roi aurait nécessité 1 016 années de production mondiale de blé au rythme record de 2017 !** C'est-à-dire qu'elle aurait nécessité davantage que la totalité du blé produit depuis l'invention de l'agriculture jusqu'à nos jours<sup>(7)</sup>.

Cette histoire illustre surtout à quel point l'esprit humain a du mal à avoir une vision intuitive de ce que donne une croissance exponentielle. Car ne nous moquons pas trop vite de ce roi : spontanément, quelle proportion d'humains d'aujourd'hui (à qui on n'aurait pas raconté cette histoire) n'auraient pas eu la même réaction que ce roi, considérant la demande de l'inventeur comme bien anodine ? Probablement, une bonne proportion.

## Et si l'on recyclait ?

Imaginons que, dans un souci d'« économie des ressources », l'inventeur aménage sa demande, en demandant toujours le doublement du nombre de grains de blé dans chaque case, mais en autorisant, pour remplir chaque case, le recyclage de tout le blé des cases précédentes.

Ainsi, dans la case n°1, on place 1 grain de blé. Dans la case n°2, on doit mettre 2 grains de blé, en utilisant (en recyclant) le grain de blé de la case n°1 : on aura donc besoin de n'ajouter qu'un seul nouveau grain de blé (« primaire »). Dans la case n°3, on doit mettre 4 grains de blé, en utilisant les deux grains de blé précédents. On aura donc besoin de 2 nouveaux grains de blé (primaires). Etc.

**Attention** : on n'a bien que 2 grains de blé antérieurs disponibles, à recycler, pour remplir la case n°3. En effet, le grain de blé de la case n°1 avait déjà été recyclé dans la case n°2 et la case n°1 est donc vide. Ce grain de blé de la case n°1 est recyclé une deuxième fois, mais ce n'est pas pour autant que l'on a 3 grains de blé à recycler pour remplir la case n°3 !

Modifions le tableau précédent en introduisant l'hypothèse d'un recyclage intégral de ce qui avait été utilisé auparavant (voir le Tableau 2 de la page 33). On voit qu'au final, grâce à ce recyclage intégral, on aura eu besoin, arrivé à la 64<sup>ème</sup> case, de « seulement » 9 223 372 036 854 775 808 grains de blé (=  $2^{63}$ ), soit moitié moins (à 1 près<sup>(8)</sup>) que la quantité dont on aurait eu besoin sans recyclage. Soit « seulement » **508 années de production mondiale de blé au rythme record de 2017...**

(6) Source : FAO, <http://www.fao.org/faostat/fr/#data/QC>

(7) Sachant que plus on remonte dans le temps, plus la production de blé était faible, ne serait-ce que parce que l'humanité était bien moins nombreuse. On pourrait essayer de chercher ou d'estimer des données historiques pour approcher de manière plus fiable le cumul du blé produit depuis les origines.

(8) On pourra se demander ce que fait ce « - 1 » dans la colonne de droite du premier tableau, alors qu'il disparaît dans la colonne de droite du second tableau. En fait, on pourrait faire disparaître ce « - 1 » en considérant qu'il y avait des cases avant la case n°1 : une case « 0 » avec ½ grain de blé, une case « -1 » avec ¼ de grain de blé..., jusqu'à  $-\infty$ .

(4) D'autres disent « grains de riz », mais cela ne change rien au raisonnement.

(5) Aucune calculatrice ni aucun tableur grand public n'est capable de faire cela, avec autant de chiffres significatifs !



Numéro de la case (n)	Nombre de grains sur la case		Total (cumul) du nombre de grains jusqu'à la case considérée	
1	1	= 2 <sup>0</sup>	1	= 2 <sup>1</sup> -1
2	2	= 2 <sup>1</sup>	3	= 2 <sup>2</sup> -1
3	4	= 2 <sup>2</sup>	7	= 2 <sup>3</sup> -1
4	8	= 2 <sup>3</sup>	15	= 2 <sup>4</sup> -1
5	16	= 2 <sup>4</sup>	31	= 2 <sup>5</sup> -1
6	32	= 2 <sup>5</sup>	63	= 2 <sup>6</sup> -1
7	64	= 2 <sup>6</sup>	127	= 2 <sup>7</sup> -1
8	128	= 2 <sup>7</sup>	255	= 2 <sup>8</sup> -1
9	256	= 2 <sup>8</sup>	511	= 2 <sup>9</sup> -1
10	512	= 2 <sup>9</sup>	1 023	= 2 <sup>10</sup> -1
11	1 024	= 2 <sup>10</sup>	2 047	= 2 <sup>11</sup> -1
12	2 048	= 2 <sup>11</sup>	4 095	= 2 <sup>12</sup> -1
13	4 096	= 2 <sup>12</sup>	8 191	= 2 <sup>13</sup> -1
14	8 192	= 2 <sup>13</sup>	16 383	= 2 <sup>14</sup> -1
15	16 384	= 2 <sup>14</sup>	32 767	= 2 <sup>15</sup> -1
16	32 768	= 2 <sup>15</sup>	65 535	= 2 <sup>16</sup> -1
17	65 536	= 2 <sup>16</sup>	131 071	= 2 <sup>17</sup> -1
18	131 072	= 2 <sup>17</sup>	262 143	= 2 <sup>18</sup> -1
19	262 144	= 2 <sup>18</sup>	524 287	= 2 <sup>19</sup> -1
20	524 288	= 2 <sup>19</sup>	1 048 575	= 2 <sup>20</sup> -1
21	1 048 576	= 2 <sup>20</sup>	2 097 151	= 2 <sup>21</sup> -1
22	2 097 152	= 2 <sup>21</sup>	4 194 303	= 2 <sup>22</sup> -1
23	4 194 304	= 2 <sup>22</sup>	8 388 607	= 2 <sup>23</sup> -1
24	8 388 608	= 2 <sup>23</sup>	16 777 215	= 2 <sup>24</sup> -1
25	16 777 216	= 2 <sup>24</sup>	33 554 431	= 2 <sup>25</sup> -1
26	33 554 432	= 2 <sup>25</sup>	67 108 863	= 2 <sup>26</sup> -1
27	67 108 864	= 2 <sup>26</sup>	134 217 727	= 2 <sup>27</sup> -1
28	134 217 728	= 2 <sup>27</sup>	268 435 455	= 2 <sup>28</sup> -1
29	268 435 456	= 2 <sup>28</sup>	536 870 911	= 2 <sup>29</sup> -1
30	536 870 912	= 2 <sup>29</sup>	1 073 741 823	= 2 <sup>30</sup> -1
31	1 073 741 824	= 2 <sup>30</sup>	2 147 483 647	= 2 <sup>31</sup> -1
32	2 147 483 648	= 2 <sup>31</sup>	4 294 967 295	= 2 <sup>32</sup> -1
33	4 294 967 296	= 2 <sup>32</sup>	8 589 934 591	= 2 <sup>33</sup> -1
34	8 589 934 592	= 2 <sup>33</sup>	17 179 869 183	= 2 <sup>34</sup> -1
35	17 179 869 184	= 2 <sup>34</sup>	34 359 738 367	= 2 <sup>35</sup> -1
36	34 359 738 368	= 2 <sup>35</sup>	68 719 476 735	= 2 <sup>36</sup> -1
37	68 719 476 736	= 2 <sup>36</sup>	137 438 953 471	= 2 <sup>37</sup> -1
38	137 438 953 472	= 2 <sup>37</sup>	274 877 906 943	= 2 <sup>38</sup> -1
39	274 877 906 944	= 2 <sup>38</sup>	549 755 813 887	= 2 <sup>39</sup> -1
40	549 755 813 888	= 2 <sup>39</sup>	1 099 511 627 775	= 2 <sup>40</sup> -1
41	1 099 511 627 776	= 2 <sup>40</sup>	2 199 023 255 551	= 2 <sup>41</sup> -1
42	2 199 023 255 552	= 2 <sup>41</sup>	4 398 046 511 103	= 2 <sup>42</sup> -1
43	4 398 046 511 104	= 2 <sup>42</sup>	8 796 093 022 207	= 2 <sup>43</sup> -1
44	8 796 093 022 208	= 2 <sup>43</sup>	17 592 186 044 415	= 2 <sup>44</sup> -1
45	17 592 186 044 416	= 2 <sup>44</sup>	35 184 372 088 831	= 2 <sup>45</sup> -1
46	35 184 372 088 832	= 2 <sup>45</sup>	70 368 744 177 663	= 2 <sup>46</sup> -1
47	70 368 744 177 664	= 2 <sup>46</sup>	140 737 488 355 327	= 2 <sup>47</sup> -1
48	140 737 488 355 328	= 2 <sup>47</sup>	281 474 976 710 655	= 2 <sup>48</sup> -1
49	281 474 976 710 656	= 2 <sup>48</sup>	562 949 953 421 311	= 2 <sup>49</sup> -1
50	562 949 953 421 312	= 2 <sup>49</sup>	1 125 899 906 842 623	= 2 <sup>50</sup> -1
51	1 125 899 906 842 624	= 2 <sup>50</sup>	2 251 799 813 685 247	= 2 <sup>51</sup> -1
52	2 251 799 813 685 248	= 2 <sup>51</sup>	4 503 599 627 370 495	= 2 <sup>52</sup> -1
53	4 503 599 627 370 496	= 2 <sup>52</sup>	9 007 199 254 740 991	= 2 <sup>53</sup> -1
54	9 007 199 254 740 992	= 2 <sup>53</sup>	18 014 398 509 481 983	= 2 <sup>54</sup> -1
55	18 014 398 509 481 984	= 2 <sup>54</sup>	36 028 797 018 963 967	= 2 <sup>55</sup> -1
56	36 028 797 018 963 968	= 2 <sup>55</sup>	72 057 594 037 927 935	= 2 <sup>56</sup> -1
57	72 057 594 037 927 936	= 2 <sup>56</sup>	144 115 188 075 855 871	= 2 <sup>57</sup> -1
58	144 115 188 075 855 872	= 2 <sup>57</sup>	288 230 376 151 711 743	= 2 <sup>58</sup> -1
59	288 230 376 151 711 744	= 2 <sup>58</sup>	576 460 752 303 423 487	= 2 <sup>59</sup> -1
60	576 460 752 303 423 488	= 2 <sup>59</sup>	1 152 921 504 606 846 975	= 2 <sup>60</sup> -1
61	1 152 921 504 606 846 976	= 2 <sup>60</sup>	2 305 843 009 213 693 951	= 2 <sup>61</sup> -1
62	2 305 843 009 213 693 952	= 2 <sup>61</sup>	4 611 686 018 427 387 903	= 2 <sup>62</sup> -1
63	4 611 686 018 427 387 904	= 2 <sup>62</sup>	9 223 372 036 854 775 807	= 2 <sup>63</sup> -1
<b>64</b>	<b>9 223 372 036 854 775 808</b>	<b>= 2<sup>63</sup></b>	<b>18 446 744 073 709 551 615</b>	<b>= 2<sup>64</sup> -1</b>

Tableau 1 : Calcul du nombre de grains de blé nécessaires sur chaque case, et en cumulé arrivé à chaque case.

Numéro de la case (n)	Nombre de grains à ajouter dans la case considérée si on recycle dans cette case tous les grains déjà déposés dans les cases précédentes	Total (cumul) du nombre de grains utilisés en arrivant à la case considérée dans l'hypothèse d'un recyclage intégral des grains de blés utilisés dans les cases précédentes.
1	1	1 = 2 <sup>0</sup>
2	1	2 = 2 <sup>1</sup>
3	2	4 = 2 <sup>2</sup>
4	4	8 = 2 <sup>3</sup>
5	8	16 = 2 <sup>4</sup>
6	16	32 = 2 <sup>5</sup>
7	32	64 = 2 <sup>6</sup>
8	64	128 = 2 <sup>7</sup>
9	128	256 = 2 <sup>8</sup>
10	256	512 = 2 <sup>9</sup>
11	512	1 024 = 2 <sup>10</sup>
12	1 024	2 048 = 2 <sup>11</sup>
13	2 048	4 096 = 2 <sup>12</sup>
14	4 096	8 192 = 2 <sup>13</sup>
15	8 192	16 384 = 2 <sup>14</sup>
16	16 384	32 768 = 2 <sup>15</sup>
17	32 768	65 536 = 2 <sup>16</sup>
18	65 536	131 072 = 2 <sup>17</sup>
19	131 072	262 144 = 2 <sup>18</sup>
20	262 144	524 288 = 2 <sup>19</sup>
21	524 288	1 048 576 = 2 <sup>20</sup>
22	1 048 576	2 097 152 = 2 <sup>21</sup>
23	2 097 152	4 194 304 = 2 <sup>22</sup>
24	4 194 304	8 388 608 = 2 <sup>23</sup>
25	8 388 608	16 777 216 = 2 <sup>24</sup>
26	16 777 216	33 554 432 = 2 <sup>25</sup>
27	33 554 432	67 108 864 = 2 <sup>26</sup>
28	67 108 864	134 217 728 = 2 <sup>27</sup>
29	134 217 728	268 435 456 = 2 <sup>28</sup>
30	268 435 456	536 870 912 = 2 <sup>29</sup>
31	536 870 912	1 073 741 824 = 2 <sup>30</sup>
32	1 073 741 824	2 147 483 648 = 2 <sup>31</sup>
33	2 147 483 648	4 294 967 296 = 2 <sup>32</sup>
34	4 294 967 296	8 589 934 592 = 2 <sup>33</sup>
35	8 589 934 592	17 179 869 184 = 2 <sup>34</sup>
36	17 179 869 184	34 359 738 368 = 2 <sup>35</sup>
37	34 359 738 368	68 719 476 736 = 2 <sup>36</sup>
38	68 719 476 736	137 438 953 472 = 2 <sup>37</sup>
39	137 438 953 472	274 877 906 944 = 2 <sup>38</sup>
40	274 877 906 944	549 755 813 888 = 2 <sup>39</sup>
41	549 755 813 888	1 099 511 627 776 = 2 <sup>40</sup>
42	1 099 511 627 776	2 199 023 255 552 = 2 <sup>41</sup>
43	2 199 023 255 552	4 398 046 511 104 = 2 <sup>42</sup>
44	4 398 046 511 104	8 796 093 022 208 = 2 <sup>43</sup>
45	8 796 093 022 208	17 592 186 044 416 = 2 <sup>44</sup>
46	17 592 186 044 416	35 184 372 088 832 = 2 <sup>45</sup>
47	35 184 372 088 832	70 368 744 177 664 = 2 <sup>46</sup>
48	70 368 744 177 664	140 737 488 355 328 = 2 <sup>47</sup>
49	140 737 488 355 328	281 474 976 710 656 = 2 <sup>48</sup>
50	281 474 976 710 656	562 949 953 421 312 = 2 <sup>49</sup>
51	562 949 953 421 312	1 125 899 906 842 624 = 2 <sup>50</sup>
52	1 125 899 906 842 624	2 251 799 813 685 248 = 2 <sup>51</sup>
53	2 251 799 813 685 248	4 503 599 627 370 496 = 2 <sup>52</sup>
54	4 503 599 627 370 496	9 007 199 254 740 992 = 2 <sup>53</sup>
55	9 007 199 254 740 992	18 014 398 509 481 984 = 2 <sup>54</sup>
56	18 014 398 509 481 984	36 028 797 018 963 968 = 2 <sup>55</sup>
57	36 028 797 018 963 968	72 057 594 037 927 936 = 2 <sup>56</sup>
58	72 057 594 037 927 936	144 115 188 075 855 872 = 2 <sup>57</sup>
59	144 115 188 075 855 872	288 230 376 151 711 744 = 2 <sup>58</sup>
60	288 230 376 151 711 744	576 460 752 303 423 488 = 2 <sup>59</sup>
61	576 460 752 303 423 488	1 152 921 504 606 846 976 = 2 <sup>60</sup>
62	1 152 921 504 606 846 976	2 305 843 009 213 693 952 = 2 <sup>61</sup>
63	2 305 843 009 213 693 952	4 611 686 018 427 387 904 = 2 <sup>62</sup>
64	4 611 686 018 427 387 904	9 223 372 036 854 775 808 = 2 <sup>63</sup>
65	9 223 372 036 854 775 808	<b>18 446 744 073 709 551 616 = 2<sup>64</sup></b>

Tableau 2 : Calcul du nombre de grains de blé nécessaires sur chaque case en recyclant les grains des cases précédentes, et en nombre cumulé total.

Mais imaginons que l'échiquier ait une 65<sup>ème</sup> case, et que l'on continue comme précédemment pour remplir cette 65<sup>ème</sup> case (voir le bas du Tableau 2 de la page suivante) : on doublerait le nombre des grains de la 64<sup>ème</sup> case en y recyclant tous les grains de cette 64<sup>ème</sup> case, laquelle inclut déjà le recyclage de toutes les cases précédentes. On voit alors que l'on aura eu besoin, pour remplir la case 65, de 18 446 744 073 709 551 616 grains de blé en cumulé, avec un recyclage intégral, soit autant (à un grain près) que le nombre cumulé de grains de blé de la case 64, sans recyclage.

## Quel est le rapport avec les matières premières métalliques ?

Comme nous l'avons vu plus haut, la consommation mondiale de cuivre augmente d'au moins 2,87 % par an depuis plus d'un siècle et demi, ce qui correspond à un doublement tous les 24,5 ans. C'est-à-dire que, pour le cuivre, on avance d'une case sur l'échiquier tous les 24 ou 25 ans<sup>(9)</sup>.

Le nombre d'atomes de cuivre présents sur Terre étant fini, on voit bien que si l'on continuait sur cette lancée, il y aurait bien un temps, pas si lointain, où l'on aurait épuisé la totalité du cuivre présent dans la croûte terrestre (avec la consommation d'aujourd'hui et une poursuite de la croissance de la consommation de 2,87 % par an, on arriverait à un épuisement de la totalité des atomes de cuivre contenu dans le premier kilomètre d'épaisseur de la croûte continentale terrestre en l'an 2387<sup>(10)</sup>). On voit aussi que si l'on recyclait la totalité du cuivre consommé précédemment au bout de 24 ou 25 ans<sup>(11)</sup>, cela ne ferait que reporter de 24 ou 25 ans l'épuisement final, qui serait alors reporté à l'an 2412.

Sauf à imaginer la fin du monde à la case 64, il y aura une case 65, et il faudra bien produire, avec recyclage intégral, autant de cuivre que l'on aurait eu à en produire sans recyclage, mais 24 ou 25 ans plus tard.

Des exercices similaires sont faisables sur la grande majorité des autres métaux, et sur bien d'autres domaines que celui des matières premières métalliques.

(9) Pour bien comprendre le passage d'une croissance quasi continue de la consommation de cuivre à un doublement discontinu de case en case, il suffit de considérer le cumul de la consommation par périodes de 25 ans. On met dans une case la consommation cumulée pendant un intervalle de 25 ans, et sur la case suivante la consommation cumulée pendant les 25 années suivantes. Alors, on observe facilement que la quantité de cuivre double (approximativement) à chaque case.

(10) Sur la base d'une surface totale des terres émergées de la planète de 149,4 millions de km<sup>2</sup> et d'un Clarke (teneur moyenne globale) en cuivre de l'écorce continentale terrestre de 60 ppm, on peut calculer que la quantité ultime de cuivre contenue dans le premier kilomètre d'épaisseur de l'écorce terrestre des terres émergées serait de 24 200 Gt (milliards de tonnes). Si l'on devait poursuivre sans discontinuer avec une croissance de la consommation en cuivre de 2,87 % par an, c'est cette quantité de cuivre qu'il faudra extraire de terre en l'an 2387 ! Plus raisonnablement, l'USGS estime la quantité totale de ressources en cuivre qu'il serait techniquement réaliste d'espérer récupérer à 6,2 Gt (dont 2 Gt de ressources continentales et 0,7 Gt de ressources sous-marines identifiées, et 3,5 Gt de ressources hypothétiques qu'il resterait à découvrir). Une poursuite de la croissance de 2,87 % épuiserait la totalité de ces ressources en 2094.

(11) Ce n'est qu'un exemple théorique. En réalité, la « durée de vie » des objets utilisant du cuivre est assez variable (Graedel l'estimait, en moyenne, à 35 ans).

Un peu de recul devrait faire prendre conscience du fait que ce ne sera pas possible, et qu'il ne sera pas possible de maintenir une croissance de la consommation des matières premières de manière durable.

**Le recyclage même optimal, même total, ne peut pas rendre la croissance durable.**

## La prise en compte des déchets accumulés antérieurement changerait-elle la donne ?

Le raisonnement détaillé dans le Tableau 2 de la page précédente faisait l'hypothèse que dès le début, on recyclait au fur et à mesure ce qui avait été récolté antérieurement pour les cases précédentes. Il ne tenait pas compte du fait que des grains de blé (ou des déchets en fin de vie en ce qui concerne les métaux) avaient pu s'accumuler avant que l'on songe à les recycler.

Imaginons alors un troisième scénario. Le roi commence par le scénario 1, en doublant le nombre de grains de blé de chaque case, tout en laissant dans toutes les cases précédentes le blé qui y avait déjà été accumulé. Arrivé à la 40<sup>ème</sup> case, par exemple, le roi commence quand même à s'inquiéter de la quantité de blé à rassembler. Pour respecter la promesse, il faut mettre dans cette 40<sup>ème</sup> case 549 755 813 888 grains, soit environ 23 364 tonnes de blé, ce qui, avec le blé déjà déposé dans les cases antérieures, représenterait un total de 1 099 511 627 775 grains (voir la ligne 40 du Tableau 1), soit environ 46 728 tonnes de blé.

Le roi relit alors plus attentivement sa promesse, et prend conscience qu'il a juste promis de mettre dans chaque case le double de ce qu'il avait déjà mis dans la case précédente, mais qu'il ne s'était jamais engagé à laisser dans les cases précédentes le blé qu'il y avait déjà déposé. Il se dit alors qu'il n'a qu'à récupérer tout le blé accumulé dans les cases 1 à 39 – ce cumul étant de 549 755 813 887 grains –, et le déposer sur la case 40. Il lui suffira alors d'y ajouter un seul nouveau grain de blé. Ainsi, il aura pu se passer presque intégralement de tout approvisionnement primaire. Ouf ! Sauvé, pense-t-il : le recyclage m'a permis de m'abstraire pratiquement de tout nouvel approvisionnement primaire.

Oui, mais... pour la case 41, où il faut 1 099 511 627 776 grains, on aura de disponible à recycler que les 549 755 813 888 grains présents dans la case 40, puisque toutes les cases antérieures auront été vidées, leur blé ayant été rassemblé dans la case 40. Il faudra donc bien récolter, trouver un nouvel approvisionnement primaire, de 549 755 813 888 nouveaux grains de blé. C'est-à-dire que l'on bascule alors dans le scénario du Tableau 2. Il faudra continuer à ajouter à chaque case le double de ce que l'on aura ajouté sur la case précédente, tout en recyclant désormais en continu de case en case.

Pour mieux illustrer ce raisonnement, un Tableau 3 est proposé en page suivante, avec l'hypothèse d'un recyclage qui, inexistant jusqu'à la case 39, est mis en œuvre à partir de la case 40. On voit que le cumul est identique au cumul du Tableau 1 jusqu'à la case 39, puis au cumul



Numéro de la case (n)	Nombre de grains à ajouter dans la case considérée, sans recycler les grains déposés les cases précédentes jusqu'à la case 39, puis en les recyclant à partir de la case 40	
1	1	= 2 <sup>0</sup>
2	2	= 2 <sup>1</sup>
3	4	= 2 <sup>2</sup>
4	8	= 2 <sup>3</sup>
5	16	= 2 <sup>4</sup>
6	32	= 2 <sup>5</sup>
7	64	= 2 <sup>6</sup>
8	128	= 2 <sup>7</sup>
9	256	= 2 <sup>8</sup>
⋮	⋮	⋮
33	4 294 967 296	= 2 <sup>32</sup>
34	8 589 934 592	= 2 <sup>33</sup>
35	17 179 869 184	= 2 <sup>34</sup>
36	34 359 738 368	= 2 <sup>35</sup>
37	68 719 476 736	= 2 <sup>36</sup>
38	137 438 953 472	= 2 <sup>37</sup>
39	274 877 906 944	= 2 <sup>38</sup>
40	1	
41	549 755 813 888	= 2 <sup>39</sup>
42	1 099 511 627 776	= 2 <sup>40</sup>
43	2 199 023 255 552	= 2 <sup>41</sup>
44	4 398 046 511 104	= 2 <sup>42</sup>
45	8 796 093 022 208	= 2 <sup>43</sup>
46	17 592 186 044 416	= 2 <sup>44</sup>
⋮	⋮	⋮
58	72 057 594 037 927 936	= 2 <sup>56</sup>
59	144 115 188 075 855 872	= 2 <sup>57</sup>
60	288 230 376 151 711 744	= 2 <sup>58</sup>
61	576 460 752 303 423 488	= 2 <sup>59</sup>
62	1 152 921 504 606 846 976	= 2 <sup>60</sup>
63	2 305 843 009 213 693 952	= 2 <sup>61</sup>
64	4 611 686 018 427 387 904	= 2 <sup>62</sup>
65	9 223 372 036 854 775 808	= 2 <sup>63</sup>

Total (cumul) du nombre de grains utilisés en arrivant à la case considérée dans l'hypothèse d'un recyclage intégral des grains de blés utilisés dans les cases précédentes uniquement à partir de la case 40.		
1	= 2 <sup>1</sup>	-1
3	= 2 <sup>2</sup>	-1
7	= 2 <sup>3</sup>	-1
15	= 2 <sup>4</sup>	-1
31	= 2 <sup>5</sup>	-1
63	= 2 <sup>6</sup>	-1
127	= 2 <sup>7</sup>	-1
255	= 2 <sup>8</sup>	-1
511	= 2 <sup>9</sup>	-1
⋮	⋮	⋮
<b>1ère partie du tableau, identique au tableau 1</b>		
8 589 934 591	= 2 <sup>33</sup>	-1
17 179 869 183	= 2 <sup>34</sup>	-1
34 359 738 367	= 2 <sup>35</sup>	-1
68 719 476 735	= 2 <sup>36</sup>	-1
137 438 953 471	= 2 <sup>37</sup>	-1
274 877 906 943	= 2 <sup>38</sup>	-1
549 755 813 887	= 2 <sup>39</sup>	-1
549 755 813 888	= 2 <sup>39</sup>	
1 099 511 627 776	= 2 <sup>40</sup>	
2 199 023 255 552	= 2 <sup>41</sup>	
4 398 046 511 104	= 2 <sup>42</sup>	
8 796 093 022 208	= 2 <sup>43</sup>	
17 592 186 044 416	= 2 <sup>44</sup>	
35 184 372 088 832	= 2 <sup>45</sup>	
⋮	⋮	⋮
<b>2ème partie du tableau, identique au tableau 2</b>		
144 115 188 075 855 872	= 2 <sup>57</sup>	
288 230 376 151 711 744	= 2 <sup>58</sup>	
576 460 752 303 423 488	= 2 <sup>59</sup>	
1 152 921 504 606 846 976	= 2 <sup>60</sup>	
2 305 843 009 213 693 952	= 2 <sup>61</sup>	
4 611 686 018 427 387 904	= 2 <sup>62</sup>	
<b>9 223 372 036 854 775 808</b>	= 2 <sup>63</sup>	
<b>18 446 744 073 709 551 616</b>	= 2 <sup>64</sup>	

Tableau 3 : Calcul du nombre de grains de blé nécessaires sur chaque case, et en cumulé total, sans recycler jusqu'à la case 39, puis en recyclant intégralement le contenu des cases précédentes à partir de la case 40.

du Tableau 2 à partir de la case 40. Ce raisonnement serait exactement le même si l'on n'avait commencé à recycler qu'à partir de la case 48 ou de la case 55.

Ainsi, décider un jour de recycler tout ce qui avait été accumulé antérieurement ne permet que de passer, ce jour-là (c'est-à-dire à partir de cette case-là), du Tableau 1 au Tableau 2. Cela change momentanément le problème, le temps d'une case, mais ne change rien pour les cases suivantes par rapport au Tableau 2.

Pour respecter la promesse de mettre 2<sup>63</sup> (= 9 223 372 036 854 775 808) grains de blé dans la 64<sup>ème</sup> case, il faut bien avoir récolté en cumulé 9 223 372 036 854 775 808 grains de blé au minimum (à condition que le blé des cases précédentes ait été recyclé, que ce soit au fur et à mesure (voir le Tableau 2), ou juste à un moment donné (voir le Tableau 3). Les lignes 64 et 65 du Tableau 3 sont strictement identiques à celles du Tableau 2.

Ainsi, le fait que l'on ait accumulé un stock de déchets et que l'on décide un jour de mettre tout ce stock dans un circuit de recyclage ne change absolument rien au problème d'approvisionnement des générations futures, par rapport à un recyclage en continu, au fur et à mesure.

Le recyclage intégral permet de diviser par deux le nombre de grains à récolter en cumulé par rapport au nombre de grains nécessaires en l'absence de recyclage (2<sup>63</sup> grains à récolter en primaire en ayant recyclé, par rapport à 2<sup>64</sup>-1 grains à récolter au total sans recyclage), que ce recyclage ait été fait en continu pour chaque case ou en une seule fois pour une case donnée (ou même étalé en plusieurs fois sur plusieurs cases). Et dans tous ces scénarios de recyclage, une case 65 imposerait une récolte d'une quantité de blé identique à celle de la case 64 sans recyclage.

## Conclusion

Le calcul tiré de la légende des grains de blé sur un jeu d'échec devrait aider à faire prendre conscience de l'impossibilité d'une croissance continue dans la durée de la consommation d'un métal donné, par exemple le cuivre : ce n'est pas parce qu'il n'y a pas eu de problème jusqu'à présent pour assurer le doublement de l'approvisionnement en cuivre tous les 25 ans, qu'il sera toujours aussi aisé de soutenir une croissance de 2,87 % par an de cet approvisionnement dans un futur pas si éloigné.

En effet, on a vu que sur la 40<sup>ème</sup> case, par exemple, il faut mettre 23 364 tonnes de blé. Au vu des productions actuelles de blé, ce sont des brouilles : cela ne représente, par exemple, que 0,5 % de la production de blé de la seule région Centre-Val-de-Loire en 2018 (de l'ordre de 4,77 Mt).

On en est pourtant déjà à la 40<sup>ème</sup> case. Certains en déduiront que, puisque remplir les 40 premières cases en doublant à chaque fois a été facile, il n'y a pas de raisons que cela pose plus de difficultés dans le futur.

Mais le calcul fait précédemment montre que la poursuite du processus conduira à un besoin à la 64<sup>ème</sup> case variant de 392 Gt de blé (avec recyclage intégral) à 784 Gt de blé (sans recyclage), soit entre 508 et 1 016 années de production mondiale de blé au rythme record de 2017 !

Si 2,87 % par an se traduit par un doublement tous les 24 ou 25 ans, rappelons qu'une croissance de 1 % par an se traduit par un doublement tous les 70 ans. Même une réduction de la croissance à 1 % ne sera pas une assurance de durabilité.

Une déclinaison de cette légende incluant le recyclage illustre aussi que, tant qu'il y aura croissance de la demande d'un métal donné, le recyclage, même optimal, même total, ne pourra satisfaire la demande. Le recyclage total ne permettra que de gagner une case (25 ans dans le cas du cuivre, 70 ans dans le cas d'une croissance à 1 %) par rapport à l'absence de recyclage.

Ainsi, tant qu'il y a croissance, il faut admettre que la production minière reste indispensable et il convient de ne pas se l'interdire en pensant, à tort, qu'il suffirait, à la place, de recycler. À terme, il faudra s'adapter à une fin inéluctable de la croissance matérielle.

## Bibliographie

- McKINSEY & Co./Ellen MACARTHUR Foundation (2012), *Towards the circular economy (Vers une économie circulaire)*, 92 pages, [www.thecirculareconomy.org](http://www.thecirculareconomy.org)
- GRAEDEL T. E. *et al.* (2010), *Metal stocks in society, scientific synthesis*, Global Metal Flows working group of the International Panel on Sustainable Resource Management, Programme des Nations Unies pour l'environnement (PNUE/UNEP), 44 pages, 7 figures, 8 app., [www.unep.org/resourcepanel/Portals/24102/PDFs/Metalstocksinsociety.pdf](http://www.unep.org/resourcepanel/Portals/24102/PDFs/Metalstocksinsociety.pdf)
- GRAEDEL T. E. *et al.* (2011), *Recycling rates of metals, a status report*, Global Metal Flows working group of the International Panel on Sustainable Resource Management, Programme des Nations Unies pour l'environnement (PNUE/UNEP), 48 pages, 4 figures, 2 app., [www.unep.org/resourcepanel/Portals/24102/PDFs/Metals\\_Recycling\\_Rates\\_110412-1.pdf](http://www.unep.org/resourcepanel/Portals/24102/PDFs/Metals_Recycling_Rates_110412-1.pdf)
- GROSSE F. (2010), « De l'économie circulaire à l'économie de la fonctionnalité : vertus et limites du recyclage », *Futuribles*, n°365, juillet-août.
- GROSSE F. (2010), "Is recycling part of the solution? The role of recycling in an expanding society and a world of finite resources", *S.A.P.I.E.N.S.*, vol. 3, n°1, <http://sapiens.revues.org>
- LABBÉ J. F. (2016), « Les limites physiques de la contribution du recyclage à l'approvisionnement en métaux », *Annales des Mines, Responsabilité & Environnement*, n°82.
- LABBÉ J. F. (2017), « Grains de blé sur jeu d'échec », *Géochronique*, n°143, Coédition SGF-BRGM.
- MEADOWS D. *et al.* (2004), *The limits to growth, the 30 years update* (traduction en français de 2012, Éditions Rue de l'Échiquier).
- SCHMITZ C. J. (1979), *World non-ferrous metal production and prices, 1700-1976*, Frank Cass and Company Ltd, Gainsborouh Rd, London, E11 1 RS, UK, 430 p.
- TERCERO ESPINOZA L. A. (2012), "The contribution of recycling to the supply of metals and minerals", *Polinares Working Paper*, n°20, European Commission, March, 9 p., [www.polinares.eu/docs/d2-1/polinares\\_wp2\\_chapter8.pdf](http://www.polinares.eu/docs/d2-1/polinares_wp2_chapter8.pdf)

### Sites Internet

- International Copper Study Group : [www.icsg.org](http://www.icsg.org)  
 USGS mineral commodities : [minerals.usgs.gov](http://minerals.usgs.gov)  
 Mineralinfo/AS3M : [www.mineralinfo.fr](http://www.mineralinfo.fr)